STIMA DEI PARAMETRI DEL MODELLO A RITARDO VARIABILE PER MEZZO DI FLUSSI DI MATURAZIONE NORMALIZZATI

Maurizio Severini [1], Roberta Alilla[1], Simone Pesolillo [1] e Johann Baumgärtner [2]

[1]Istituto di Scienze dell'Atmosfera e del Clima ISAC-CNR (Sezione di Roma), Via del Fosso del Cavaliere, 100-00133 Roma, e-mail: r.alilla@isac.cnr.it
[2] International Centre of Insect Physiology and Ecology (ICIPE), Nairobi, Kenya

Abstract

Presentiamo un metodo per rappresentare la varianza delle frequenze di maturazione di Artropodi in uno stadio del ciclo vitale alle varie temperature. Esso si basa sulla definizione di una nuova scala dei tempi - frazioni del tempo medio di maturazione - su cui si ridistribuiscono le frequenze (giornaliere) e sul calcolo di una nuova distribuzione di frequenze di maturazione indipendente dalla temperatura. Questo calcolo si può fare elaborando in modo nuovo ′vecchi′ dati sperimentali sullo sviluppo delle coorti di Artropodi rilevati per scopi diversi o già esistenti in letteratura. Come esempio, il metodo è applicato, in questa sede, ai flussi di maturazione di ninfe ottenuti da sei coorti, di 100 ninfe ciascuna, di *Clavigralla shadabi* Dolling allevate a temperature costanti differenti (23, 25, 28, 30, 32, 34 °C).

Introduzione

La principale caratteristica (e novità) del Modello a Ritardo Variabile (MRV) per la dinamica demografica delle popolazioni di artropodi è la capacità di simulare, oltre al tempo *medio* di maturazione (o *ritardo*, DEL), la sua *varianza* (VAR) e la distribuzione delle *frequenze di maturazione* (Distribuzione di Erlang, E). Il modello dipende da *tre* parametri, due di essi: zero di sviluppo T_0 e fabbisogno termico W servono per determinare DEL, il terzo, detto parametro *stocastico* H, serve per stimare la varianza

$$VAR = \frac{DEL^2}{H} \qquad (1)$$

e per calcolare l'espressione analitica della distribuzione di Erlang. Ritardo, varianza e distribuzione dipendono dalla temperatura (media giornaliera) T

$$DEL = DEL[T] \ , \ VAR = VAR[T] \ , \ E = E[T].$$

I due parametri T_0 e W, necessari per DEL[T], vengono generalmente stimati attraverso esperimenti di *laboratorio* allevando *coorti* di popolazione in condizioni controllate a temperatura *costante* e ripetendo gli esperimenti a diverse temperature (costanti di volta in volta). Questi esperimenti permettono, in via di principio, di determinare anche il parametro stocastico; tuttavia, determinazioni di H, VAR[T] ed E[T] si trovano raramente nella letteratura scientifica. Ciò perché per una loro stima soddisfacente occorre un *maggior numero* di dati di quelli necessari per stimare T_0 e W. Aumentare il numero di dati vuole dire aumentare il numero degli esperimenti e/o il numero degli artropodi delle coorti. Considerando che gli esperimenti sono costosi e richiedono tanto tempo, spesso i dati sperimentali vengono impiegati *solo* per determinare DEL[T] o il suo reciproco R[T]=1/DEL[T] detto *tasso di sviluppo*. Tuttavia, ignorare VAR[T] ed E[T] è un grosso handicap perché non si hanno indicazioni ne′ sulla precisione di DEL[T], ne′ sul numero di artropodi maturati, ne′ sull'intervallo di tempo della loro presenza nell'ambiente. Nel presente lavoro proponiamo un metodo per stimare H, VAR[T] ed E[T] rielaborando dati già pubblicati (Dreyer et al., *Ent. Exp. & Appl*. 78, 1996).

Materiali e metodi

Consideriamo una coorte di artropodi che si sviluppa in laboratorio alla temperatura costante Ti. Indicati con j = 1, 2, 3, ... i giorni successivi all'ingresso della coorte in uno stadio del ciclo vitale e con i = 1, 2, 3, ..., I diverse temperature, la frequenza degli individui maturati alla temperatura i-esima nel giorno j-esimo si può rappresentare col numero (o la matrice)

$$n(i,j)$$

I tempi medi (o ritardi) di maturazione alle diverse temperature sono dati da

$$DEL(i) = \frac{1}{N(i)} \sum_j j \cdot n(i,j) \qquad (2)$$

Dove N(i) è il numero degli individui maturati nella coorte alla temperatura Ti. La regressione lineare (o il ′curve fitting′ con un'altra opportuna funzione) dei punti (T_i, DEL(i)) conduce alla determinazione della funzione DEL[T] o di R[T]. Si potrebbe pensare di calcolare la varianza alle varie temperature VAR(i) attraverso un procedimento statistico analogo e trovare VAR[T] ed E[T] con una opportuna regressione; tuttavia in molti casi, i ′piccoli′ valori delle frequenze n(i,j) rendono impraticabile questa strada.

Il metodo che proponiamo per aumentare le frequenze con cui si calcola la varianza consiste, prima, nel mettere insieme (*cumulare*) le frequenze alle diverse temperature e poi, calcolare la varianza con le frequenze cumulate. Ovviamente, per sommare le frequenze di maturazione alle diverse temperature in modo significativo, occorre definire una *base dei tempi* che realizzi una corrispondenza degli intervalli temporali (o *classi*) a cui si riferiscono le frequenze alle diverse temperature. Questa base si può ottenere suddividendo il tempo in frazioni (o classi) di DEL[i]. In altre parole, il tempo di ciascun esperimento (alla temperatura i-esima) non viene più suddiviso in giorni (*tempo cronologico*), ma in intervalli proporzionali a DEL[i] (*tempo fisiologico*), ad esempio

$$..., 0.90 \cdot DEL[i], 0.95 \cdot DEL[i], DEL[i], 1.05 \cdot DEL[i], ...$$

Introducendo un nuovo indice

$$z = ... 0.80, 0.85, 0.90, 0.95, 1.0, 1.05, 1.10, 1.15, 1.20 ...$$

il prodotto $z \cdot$DEL[i] stabilisce i limiti delle nuove classi. Così, *ridistribuendo* le frequenze di maturazione osservate n(i,j) temperatura per temperatura nelle nuove classi di DEL[i], si ottengono I nuove distribuzioni di frequenze m(i,*z*) le cui frequenze si possono sommare classe per classe e si trova la *distribuzione delle frequenze cumulate in classi di* DEL

$$M(z) = \sum_{i=1}^{I} m(i,z) \tag{3}$$

Da questa si possono calcolare il valore medio e la varianza

$$\mathrm{DEL} = \frac{\sum_z z \cdot M(z)}{\sum_z M(z)} \cong 1 \quad \text{e} \quad \mathrm{VAR} = \frac{\sum_z (z-1)^2 \cdot M(z)}{\sum_z M(z)} \tag{4}$$

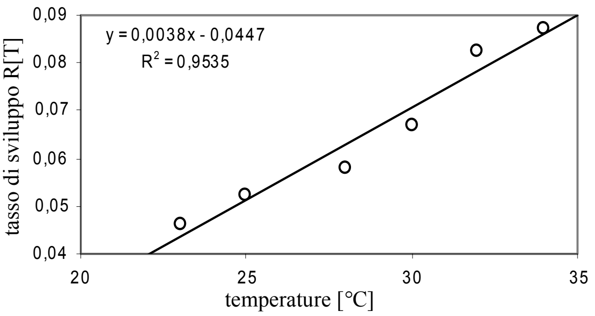
e da quest′ultima stimare il valore di H ed esprimere la funzione E[T].

Risultati

La tabella seguente mostra le frequenze di maturazione di 6 coorti di 100 ninfe di *Clavigralla shadabi* a diverse temperature (prima riga) in diversi giorni - matrice n(i,j) - dalla schiusa delle uova (prima colonna). La penultima riga (N(i)) indica le ninfe maturate e l'ultima i valori di DEL[i] corrispondenti alle diverse temperature.

	23	**25**	**28**	**30**	**32**	**34**
10					2	2
11					10	5
12					17	7
13				6	10	1
14				18	4	
15			1	43	1	
16		1	14	11		
17		3	32	7		
18	1	22	15			
19	2	28	4			
20	8	15	2			
21	20	3				
22	16	2	1			
23	9	2				
24	6					
25		1				
N(i)	62	77	69	85	44	15
DEL	21,60	19,13	17,26	14,94	12,16	11,47

Il grafico seguente mostra l'andamento (lineare) dei tassi di sviluppo delle ninfe R[T].



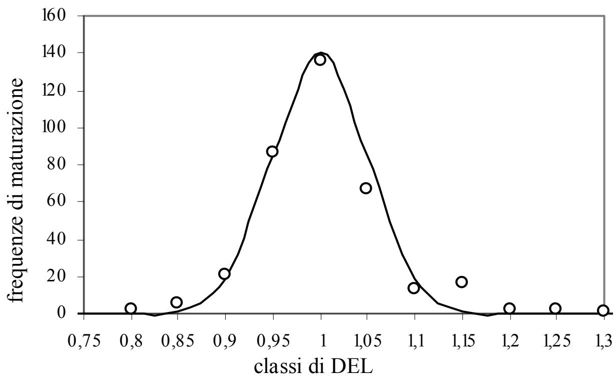
e la tabella successiva le nuove frequenze di maturazione m(i,z) ridistribuite secondo le classi di DEL[i] ed M(z) cumulate

z	**m(1,z)**	**m(2,z)**	**m(3,z)**	**m(4,z)**	**m(5,z)**	**m(6,z)**	**M(z)**
0.80					2		2
0.85	1	1	1			2	5
0.90	2	3		6	10		21
0.95	28	22	14	18		5	87
1.00	16	28	32	43	17		136
1.05	9	15	15	11	10	7	67
1.10	6	3	4				13
1.15		2	2	7	4	1	16
1.20		2					2
1.25			1		1		2
1.30		1					1
N(i)	62	77	69	85	44	15	352

Inserendo le frequenze M(z) dell'ultima colonna nella seconda equazione (4) si trova

$$\mathrm{VAR} = 0.004$$

E' possibile ottenere una stima della varianza più precisa della precedente eseguendo una operazione di ′curve fitting′ delle frequenze M(z) con la distribuzione di Erlang. Il risultato è riportato nella figura seguente, nella quale i cerchietti indicano le frequenze cunulate e la curva continua la distribuzione con varianza 0.003.



Conclusioni

Il metodo per calcolare la varianza e/o la forma della distribuzione delle frequenze di maturazione è stato applicato finora soltanto allo sviluppo delle uova di *Oulema duftschmidi* (Severini et al., *Ecol. Modelling*, 2003) e delle ninfe di *Clavigralla shadabi* (presente lavoro). Saranno necessarie ulteriori conferme per poter asserire definitivamente che esso funziona. Tuttavia, riteniamo utile averlo proposto perché il metodo può avere sviluppi interessanti. Infatti, la distribuzione delle frequenze cumulate in classi di DEL, cioè M(z), è *indipendente dalla temperatura* - perché T è contenuta nella variabile indipendente z - e dipende solo dalle *caratteristiche biologiche* della Specie di Artropodi. Inoltre, una volta determinata, essa permette di calcolare la varianza VAR[T] e la Distribuzione di Erlang E[T] a *qualunque* temperatura T, attraverso la (già nota) funzione tasso di sviluppo R[T], il cui reciproco dà il valore di DEL[T] e quindi i valori di z corrispondenti.

Ringraziamenti

Ringraziamo il Dr. Hans Dreyer dell'Ufficio Federale dell'Agricoltura, Berna, Svizzera, per averci permesso di usare i suoi dati.